FINANZA AZIENDALE

a.a. 19/20

ANDREA DEL GROSSO

CAPITOLO 4 ''Il valore temporale del denaro''

Per prendere decisioni finanziarie spesso occorre confrontare o sommare flussi di cassa che si manifestano in diversi istanti temporali, esistono tre regole fondamentali per prendere decisioni finanziarie che permettono di confrontare e sommare questi valori:
1- La prima regola afferma che è possibile confrontare o combinare valori solo se riferiti allo stesso istante temporale, quindi per confrontare, combinare i flussi di cassa che si manifestano in diversi istanti temporali, occorre prima convertirli nello stesso istante temporale.
2- La seconda regola stabilisce che per spostare un flusso di cassa in avanti del tempo occorre capitalizzarlo, capitalizzazione, ovvero moltiplicarlo per il fattore di capitalizzazione (1+r). In generale per spostare un flusso di cassa C in avanti di n periodi nel futuro, ottenendo il suo valore futuro, occorre capitalizzarlo per gli n fattori di capitalizzazione che intervengono. Consideriamo il caso in cui r sia costante:

$$VF_n = C \times (1+r)^n$$

Capitalizzando per più di un anno si ottengono degli interessi non solo sul flusso di cassa di partenza, ma anche sugli interessi precedentemente ottenuti, questo effetto di guadagnare un interesse sull'interesse è noto come interesse composto.
3-La terza regola implica che per spostare indietro nel tempo un flusso di cassa occorre scontarlo, tramite un processo detto sconto, Ovvero dividiamo i flussi di cassa per il fattore di capitalizzazione (1+r). Il valore di un futuro flusso di cassa in un istante precedente nella linea nel tempio è il suo valore attuale:

$$VA = \frac{C}{(1+r)^n}$$

Ora formalizziamo l'approccio ricavando una formula generale per valutare una serie di flussi di cassa:

$$VA = \sum_{n=0}^{N} \frac{C_n}{(1+r)^n}$$

Vale a dire che il valore attuale di una serie di flussi di cassa è la somma del valore attuale di ciascuno dei flussi di cassa. Il valore attuale è il totale che dobbiamo investire oggi per ricreare la serie di flussi di cassa, infatti ricevere quei flussi di cassa è equivalente ad avere il loro valore attuale in banca oggi.
Di conseguenza la formula del valore futuro alla data n, del valore attuale di una serie di flussi di cassa e dato da:

$$VF_n = VA \times (1+r)^n$$

Vogliamo calcolare ora e confrontare costi e benefici di un progetto per valutare una decisione di investimento a lungo termine, per farlo occorre valutarli in un istante temporale comune, una scelta conveniente è quella di usare valori attuali per calcolare il valore attuale netto (VAN):

VAN = VA(benefici) - VA(costi) = VA(benefici – costi)

In questo contesto i benefici sono dati dai flussi in entrata ed i costi dai flussi in uscita.

Rendite perpetue e rendite di durata finita

Consideriamo due tipi speciali di serie di flussi, le rendite perpetue e le rendite di durata finita, e troviamo formule abbreviate per valutarle.
1) Una rendita perpetua, è una serie di flussi di cassa identici che si manifestano a intervalli regolari e durano all'infinito (es. obbligazione del governo britannico denominata Consol).

Il primo flusso di cassa non si manifesta immediatamente, ma alla fine del primo periodo. Si parla in questo caso di pagamento posticipato, una convenzione che adotteremo da ora in poi. Il nostro obiettivo è quello di calcolare il valore attuale di una rendita perpetua, possiamo calcolare il valore attuale della rendita perpetua perché, per la legge del prezzo unico, il valore di una rendita perpetua deve essere uguale al costo che si sosterrebbe per crearla. Ci potremmo chiedere come pur usando una formula semplificata sia possibile che la somma di una serie infinita di numeri positivi possa risultare finita, la ragione è che i flussi di cassa sono scontati per numero di periodi che aumenta all'infinito quindi il loro contributo alla somma risulta alla fine trascurabile. Supponiamo di investire un importo P in banca, ogni anno possiamo prelevare l'interesse guadagnato C=r*P, lasciando il capitale P in banca. il valore attuale di ricevere C per sempre e quindi il valore anticipato P=C/r.

$$VA(C \text{ all'infinito}) = \frac{C}{r}$$

In altre parole, depositando l'importo C/r oggi, potremmo prelevare l'interesse C ogni periodo, all'infinito, quindi il valore attuale della rendita perpetua è C/r, seguendo la legge del prezzo unico. (pag.85 ''errori comuni'').

2) Una rendita di durata finita, e una serie di N flussi di cassa uguali pagati ad intervalli regolari, per un determinato numero di periodi. Anche qui adottiamo la condizione che la prima rata sia corrisposta alla data uno.

Per ricavare la formula generale di una rendita di durata finita consideriamo il caso in cui, investiamo P in banca e preleviamo solo gli interessi ogni periodo. Dopo N periodi, chiudiamo il conto. quindi, per un iniziale investimento di P, riceveremo una rendita per N periodi di ammontare C per ogni periodo, inoltre riotterremo anche il capitale iniziale P al termine dell'operazione. P quindi è il valore attuale totale dei due insiemi di flussi di cassa:

$$P = VA(\text{rendita di } C \text{ per } N \text{ periodi}) + VA(P \text{ al periodo } N)$$

Riordinando i termini

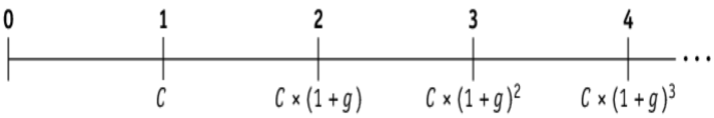
$$VA(\text{rendita di } C \text{ per } N \text{ periodi}) = P - VA(P \text{ al periodo } N)$$
$$= P - \frac{P}{(1+r)^N} = P\left(1 - \frac{1}{(1+r)^N}\right)$$

Sostituendo P=C/r otteniamo

$$VA(\text{rendita di } C \text{ per } N \text{ periodi con tasso di interesse } r) = C \times \frac{1}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^N}\right)$$

Si parla di rendita anticipata quando il primo pagamento avviene immediatamente e non dopo un anno, ciò implica che l'ultimo avverrà tra N-1 anni, e nel calcolo nella formula della rendita si dovrà inserire N-1 e non N ad esponente.

3)Una rendita perpetua crescente, è una serie di flussi di cassa che si verificano a intervalli di tempo fissati e che aumentano per sempre secondo un tasso costante, in generale avrà i seguenti flussi di cassa:

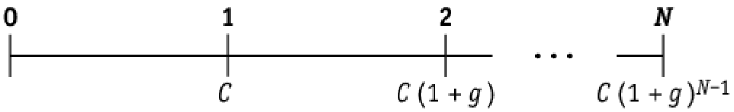


Adottiamo la convinzione che il primo pagamento avvenga la data uno, inoltre adottiamo che la prima rata non includa la crescita, ovvero che il primo pagamento è C anche se avverrà tra un periodo. Allo stesso modo il flusso di cassa nel periodo n è sottoposto a solo n-1 periodi di crescita. Le sole rendite perpetue crescenti attuabili sono quelle il cui tasso di crescita perpetua è minore del tasso di interesse (g<r), in modo che ogni successivo termine della somma sia minore del termine precedente e la somma risulti finita. Essendo una rendita perpetua crescente per aumentare la somma che possiamo prelevare ogni anno, dobbiamo reinvestire ogni anno più capitale. Possiamo realizzare questo prelevando una somma inferiore all'interesse totale guadagnato ogni anno e utilizzando la parte rimanente per aumentare il capitale. Se vogliamo quindi aumentare di g la somma che preleviamo ogni anno dalla banca, allora il capitale depositato dovrà aumentare dello stesso coefficiente g. perciò invece di prelevare tutto l'interesse rP, lasciamo gP in banca, oltre al capitale iniziale P, e preleviamo soltanto C=(r-g)P. Risolvendo questa equazione per trovare P, importo iniziale depositato nel conto bancario, si ottiene il valore attuale di una rendita perpetua crescente con flusso di cassa iniziale C:

$$VA(\text{rendita perpetua crescente}) = \frac{C}{r-g}$$

Nel caso di una rendita perpetua crescente, rispetto a una rendita perpetua classica, occorre mettere in banca più della somma che eguaglia i flussi di cassa. Quindi il valore attuale della rendita perpetua invece di essere dato dal primo flusso di cassa diviso per il tasso di interesse, ora è dato dal primo flusso di cassa diviso per la differenza tra il tasso di interesse e il tasso di crescita. Per esempio, se la banca paga interessi ad un tasso pari al 5%, allora tutto ciò che resta da prelevare per essere sicuri che il capitale aumenti del 2% l'anno è pari alla differenza 5%-2% = 3%. Da notare è che sia l'importo prelevato, sia il capitale investito aumentano del 2% ogni anno, ovvero anche il 3% che noi preleviamo ogni anno aumenta del 2% come il capitale investito.

4) Una rendita di durata finita crescente, e una serie di N flussi di cassa crescenti, pagati a intervalli regolari. Sostanzialmente è una rendita perpetua crescente che a un certo punto termina, in generale mostra i seguenti flussi di cassa:



Adottiamo anche in questo caso le seguenti condizioni, il primo flusso di cassa si manifesta alla fine del primo periodo, mentre il primo flusso di cassa non aumenta, quindi l'ultimo flusso di cassa riflette solamente N-1 periodi di crescita. Il valore attuale si calcola con la seguente equazione:

$$VA = C \times \frac{1}{r-g}\left(1 - \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^N\right)$$

In questo caso, dato che la rendita ha un numero finito di termini, l'equazione precedente funziona anche nel caso in cui (g>r). La formula della rendita crescente è una formula generale, in effetti possiamo dedurre tutte le altre formule di questo paragrafo dalla formula della rendita crescente di durata finita.

Finora abbiamo considerato soltanto serie di flussi di cassa che si verificano con periodicità annuale, ma tutto ciò che abbiamo appreso finora, vale anche quando la periodicità è diversa, ad esempio mensile. Questo purché il tasso di interesse sia specificato con periodicità mensile, e che il numero di periodi sia espresso in mesi.

Determinazione dei pagamenti periodici

Finora abbiamo calcolato il valore attuale o il valore futuro di una serie di flussi di cassa, talvolta può capitare che si conosca il valore attuale o futuro, ma non si conoscono i flussi di cassa, il miglior esempio è quello di un mutuo, per cui si conoscono la somma che si vuole prendere a prestito (il valore attuale) e il tasso di interesse, ma non quanto si dovrebbe rimborsare ogni anno. Si deve ricordare che i flussi di cassa delle rate annue devono avere un valore attuale, pari al valore attuale che noi già conosciamo. Ad esempio, nel caso del mutuo quando si calcola la rata, si pensa alla somma presa a prestito (il capitale del mutuo) come il valore attuale dei pagamenti calcolato al tasso di interesse del mutuo. Se le rate del mutuo sono in forma di rendita, si possono calcolare invertendo le formule delle rendite, ovvero risolvendo le equazioni per il valore della rata C.

Il tasso interno di rendimento (TIR)

In alcune situazioni invece si conoscono il valore attuale e i flussi di cassa di un'opportunità di investimento, ma non il tasso di interesse che li uguaglia. Questo tasso di interesse è detto tasso interno di rendimento (TIR) o internal rate of return (IRR), definito come il tasso di interesse che rende il valore attuale netto dei flussi di cassa uguale a zero (in quanto costi e benefici si eguagliano). Nel caso in cui consideriamo un investimento con solo due flussi di cassa è semplice calcolare il TIR, consideriamo il caso generale in cui si investe una somma P oggi e si riceve il VF fra N anni. Allora il TIR soddisfa l'equazione:

$$P \times (1 + \mathrm{TIR})^N = VF$$

che implica:

$$\text{TIR con due flussi di cassa} = (VF/P)^{1/N} - 1$$

In un caso più generale se investiamo P e riceviamo una rendita perpetua con flusso di cassa iniziale C, e tasso di crescita g, possiamo usare la formula della rendita perpetua crescente per determinare il TIR:

$$\text{TIR della rendita perpetua crescente} = (C/P) + g$$

Nel caso però di una rendita con durata finita sfortunatamente non esiste un modo semplice per trovare il TIR, un modo per risolvere l'equazione è quello di provare a ipotizzare diversi valori di r finché non si trova quello giusto, ovvero quello che annulla il VAN. Una soluzione più semplice per poter svolgere l'equazione è quella di utilizzare le tavole finanziarie per calcolare il TIR (guardare la fotocopia delle tavole). Un’altra soluzione consiste nel far uso di un foglio elettronico, quando i flussi di cassa sono una rendita possiamo utilizzare il foglio di calcolo della rendita di Excel.