

**FINANZA**

**AZIENDALE**

**a.a. 19/20**



**ANDREA**

**DEL GROSSO**

## CAPITOLO 10 "Rischio e rendimento"

Titoli diversi presentano prezzi iniziali differenti, pagano flussi di cassa diversi e sono venduti per diversi importi futuri. Per renderli comparabili, si esprime la loro performance in termini di rendimenti. Il **rendimento** indica la percentuale di incremento nel valore di un investimento, per 1 \$ o euro inizialmente investito nel titolo. Quando un investimento è rischioso (definiamo rischio la possibilità che l'esito finale di un investimento sia diverso rispetto ad un esito medio atteso, in altre parole la variabilità dei possibili esiti di un investimento intorno ad un valore medio atteso), sono diversi i rendimenti che si potranno ottenere, ogni possibile rendimento ha una data probabilità di verificarsi. Questa variabilità dei possibili rendimenti è sintetizzata in una **distribuzione di probabilità** che assegna una probabilità  $P_r$  ad ogni possibile rendimento  $R$  futuro. Data la distribuzione di probabilità dei rendimenti, si può calcolare il rendimento atteso. Il **rendimento atteso** (o **medio**) è calcolato come media ponderata dei possibili rendimenti, dove i pesi corrispondono alle probabilità:

$$\text{rendimento atteso} = E[R] = \sum_R P_R \times R$$

Il rendimento atteso è il rendimento che si otterrebbe in media se si potesse ripetere l'investimento molte volte, nell'ipotesi che il rendimento derivi dalla stessa distribuzione.

Due misure comuni del rischio di una distribuzione di probabilità sono la **varianza**, data dalla media degli scarti dalla media al quadrato e la **deviazione standard**, la radice quadrata della varianza

$$\begin{aligned} \text{Var}(R) &= E\left[(R - E[R])^2\right] = \sum_R P_R \times (R - E[R])^2 \\ \text{SD}(R) &= \sqrt{\text{Var}(R)} \end{aligned}$$

Dato che la varianza e la deviazione standard misurano la dispersione, variabilità dei rendimenti intorno al rendimento atteso, le utilizziamo per calcolare il rischio di una distribuzione di probabilità. Se il rendimento è privo di rischio e non devia mai dalla sua media, la varianza è pari a 0. In finanza, la deviazione standard di un rendimento è detta anche **volatilità**, nei calcoli della dispersione utilizzeremo la deviazione standard perché è espressa nella stessa unità di misura dei rendimenti. Più è grande lo spread tra i rendimenti, maggiore è la deviazione standard.

Se si potessero osservare le distribuzioni di probabilità che gli investitori prevedono per diversi titoli, si potrebbero calcolare i loro rendimenti attesi e la volatilità ed esaminare le relazioni tra questi valori. Ovviamente, nella maggior parte dei casi non si conosce la distribuzione di probabilità in maniera esplicita, come si possono stimare e confrontare rischio e rendimento? Un approccio consiste nell'extrapolare i dati storici, in quanto la distribuzione dei rendimenti nel passato può essere utile quando si cerca di stimare la distribuzione dei rendimenti che gli investitori possono aspettarsi nel futuro. Di tutti i rendimenti possibili, il **rendimento realizzato, storico**, è quello che si è realmente ottenuto in un periodo determinato. Rendimenti storici e rendimenti futuri sono legati in quanto un rendimento serve per calcolare l'altro, in quanto consideriamo un rendimento del passato come un rendimento di una distribuzione di probabilità che si è realizzato. Misuriamo il rendimento realizzato di un'azione come:

$$R_{t+1} = \frac{\text{Div}_{t+1} + P_{t+1}}{P_t} - 1 = \frac{\text{Div}_{t+1}}{P_t} + \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \quad (4)$$

valida nel caso in cui si acquista un'azione in  $t$ , e in  $t+1$  si riceve il DIV e la si vende. Se si detiene l'azione oltre la data in cui è pagato il primo dividendo, per calcolare il rendimento occorre specificare come è investito il dividendo ricevuto nel frattempo, supponiamo che tutti i dividendi siano immediatamente reinvestiti e utilizzati per acquistare altre azioni dello stesso titolo (seguendo l'ipotesi di capitalizzazione composta). In questo caso possiamo utilizzare l'equazione (4), per calcolare i rendimenti dell'azione tra una data di pagamento di dividendi e quella successiva, e capitalizzarli per calcolare il rendimento su un orizzonte temporale più lungo. Per esempio, se un'azione distribuisce dividendi alla fine di ogni trimestre allora il suo rendimento realizzato nell'anno è calcolato come una produttoria:

$$1 + R_{\text{annuale}} = (1 + R_{Q1})(1 + R_{Q2})(1 + R_{Q3})(1 + R_{Q4})$$

Partendo invece dal rendimento annuale possiamo ricavare il rendimento medio trimestrale come una media geometrica (utilizziamo la media geometrica perché è la media corretta per la capitalizzazione composta):

$$\overline{R_Q} = (1 + R_{\text{annuale}})^{\frac{1}{4}}$$

In ogni periodo si osserva un solo valore della distribuzione di probabilità passata dei rendimenti. Tuttavia, se il rendimento realizzato in ogni periodo deriva dalla stessa distribuzione di probabilità e si assume che la distribuzione da cui si è manifestato sia la stessa nel futuro, è possibile utilizzare i rendimenti passati per costruire la distribuzione di probabilità dei rendimenti futuri. Ovvero osservando i rendimenti realizzati nei vari periodi, e contando il numero di volte in cui il rendimento cade all'interno di un intervallo particolare, stimo le probabilità con le frequenze, si può stimare così la sottostante distribuzione di probabilità, chiamata quando è calcolata in questo modo **distribuzione empirica**.

Il **rendimento annuo medio** di un investimento in un periodo passato è semplicemente la media campionaria dei rendimenti realizzati ogni anno. Ossia, se  $R_t$  è il rendimento realizzato per un titolo nell'anno  $t$ , allora il rendimento annuo medio per gli anni da 1 a  $T$  è:

$$\bar{R} = \frac{1}{T} (R_1 + R_2 + \dots + R_T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t$$

Quindi se la distribuzione di probabilità dei rendimenti è la stessa nel tempo, il rendimento medio fornisce una stima del rendimento atteso. Anche in questo caso tra i rendimenti vi è variabilità, può essere calcolata come in precedenza tramite la deviazione standard e la varianza, calcolando lo scarto dalla media al quadrato, l'unica complicazione è data dal fatto che non si conosce realmente la media, quindi al suo posto se ne utilizza la migliore stima ovvero il rendimento medio realizzato:

$$Var(R) = \frac{1}{T - 1} \sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})^2$$

Dividiamo per  $T-1$  perché trattandosi di un campione stiamo calcolando la varianza campionaria. La SD si ottiene comunque come la radice quadrata della varianza.

il rendimento medio campionario è una stima del rendimento atteso, ed in quanto tale è soggetto ad un errore statistico detto **errore standard**, definito come la deviazione standard del valore stimato della media attorno al suo valore vero, ovvero è la deviazione standard del rendimento medio campionario. errore standard fornisce una stima di quanto la media campionaria potrebbe deviare dal rendimento atteso. L'errore standard della stima del rendimento atteso cresce proporzionalmente alla variabilità, e diminuisce all'aumentare del campione, può essere trovato mediante la seguente formula:

$$SD(\text{media di rischi identici e indipendenti}) = \frac{SD(\text{singoli rischi})}{\sqrt{\text{numero di osservazioni}}}$$

Questa formula può essere utilizzata ipotizzando che i rendimenti siano indipendenti ed identicamente distribuiti (appartengano alla stessa distribuzione). Dato che il rendimento medio sarà compreso tra due errori standard, fissiamo un **intervallo di confidenza**, i cui estremi identificano un intervallo nel quale nel 95% dei casi se estraessimo  $n$  campioni di rendimenti e ne calcolassimo la media, questo rendimento medio al 95% dei casi cadrà all'interno dell'intervallo. L'intervallo di confidenza per il rendimento atteso è definito da:

$$\text{rendimento medio storico} + / - (2 \times \text{errore standard})$$

### Il trade-off rischio rendimento

Analizziamo ora come si misura il rischio di un titolo, ed utilizziamo la relazione tra rischio e rendimento per stimare il rendimento atteso. Il concetto di rischio ha delle sotto classificazioni, che ci consentono di qualificare meglio il rischio rilevante, ovvero quel rischio per cui è necessario un rendimento che lo compensa, e quello che non lo è. Una prima sotto classificazione è il **rischio comune** (sistemico o di mercato) il quale coinvolge nello stesso modo tutti i titoli, quando il rischio si manifesta i titoli tendono ad avere gli stessi movimenti (es. Decisioni BCE o problema sanitario come pandemia). Il **rischio indipendente** (specifico o non sistemico) invece si manifesta in modo indipendente tra un titolo ed un altro, i movimenti dei titoli prendono ad essere indipendenti (es. Impresa A ha un

incendio al magazzino, ciò non implica che ciò si verifichi per l'impresa B). La somma di rischio comune e rischio indipendente è uguale al **rischio totale**, il quale è misurato dalla volatilità (SD). Un portafoglio è esposto principalmente quasi solo al rischio comune, mentre un titolo è esposto ad entrambi i rischi, infatti detenere in portafoglio diversificato è sempre meno rischioso di detenere un singolo titolo. In ogni periodo, il rischio di detenere un'azione è che i suoi dividendi più il valore finale siano più alti o più bassi di quelli attesi, per questo il rendimento realizzato diventa rischioso. I prezzi delle azioni e i dividendi fluttuano per due diverse ragioni:

- 1- notizie specifiche sull'impresa, ovvero buone cattive notizie riguardanti l'impresa stessa
- 2- notizie riguardanti il mercato, che si riferiscono all'intera economia nel suo complesso e quindi hanno ripercussioni su tutte le azioni.

Le fluttuazioni nel rendimento di un'azione che sono dovute a notizie specifiche sulle imprese sono rischi indipendenti o diversificabili, mentre le fluttuazioni nel rendimento di un'azione dovuta a notizie riguardanti il mercato rappresentano un rischio comune o non diversificabile. La copertura dei rischi indipendenti in un portafoglio di grandi dimensioni è detta **diversificazione** (combinare titoli insieme per cercare di eliminare i rischi indipendenti). Il rischio sistematico, tuttavia, avrà ripercussioni su tutte le imprese e quindi sull'intero portafoglio e non sarà diversificato. Le imprese nella realtà sono interessate da entrambi i tipi di rischio, essendo il rischio indipendente l'unico diversificabile la volatilità di conseguenza scenderà fino a quando resterà solamente il rischio sistematico che colpisce tutte le imprese.

Il premio per un rischio diversificabile è nullo, perciò gli investitori non sono compensati per il rischio specifico dell'impresa. Se il rischio diversificabile delle azioni fosse compensato con un premio per il rischio aggiuntivo, allora gli investitori potrebbero acquistare azioni, ottenere un premio aggiuntivo e nello stesso tempo diversificare ed eliminare il rischio appunto facendo questo gli investitori potrebbero ottenere un premio aggiuntivo senza un rischio ulteriore. Questa opportunità di ottenere qualcosa gratuitamente sarebbe velocemente sfruttata ed eliminata, situazione simile ad una situazione di arbitraggio. Tuttavia, la diversificazione non riduce il rischio sistematico, e dato che gli investitori sono avverse al rischio richiederanno un premio per il rischio sistematico, altrimenti preferirebbero vendere le azioni e investire in titoli privi di rischio. Il premio per il rischio di un titolo quindi è determinato dal suo rischio sistematico e non dipende dal suo rischio diversificabile. Questo comporta che la volatilità di un'azione, che è una misura del rischio totale non è molto utile per determinare il premio per il rischio che gli investitori otterranno, In quanto due titoli possono anche avere la stessa volatilità, ma avere un premio per il rischio e quindi rendimento diversi. Di conseguenza per stimare il rendimento atteso per un titolo, dobbiamo trovare una misura del rischio sistematico del titolo stesso.

### Misurazione del rischio sistematico

Per misurare il rischio sistematico di una nazione, occorre determinare quanto la variabilità del suo rendimento è dovuta al rischio sistematico, e quanto al rischio diversificabile, in sostanza occorre determinare il grado in cui l'azione è sensibile agli shock sistematici che colpiscono l'economia nel complesso. Se volessimo determinare quanto sensibile sia un'azione al rischio sistematico, potremmo osservare il cambiamento medio del rendimento per ogni 1% di cambiamento del rendimento di un portafoglio che subisce fluttuazioni dovute solamente al rischio Sistematico. Questo tipo di portafoglio è definito **portafoglio efficiente**, un portafoglio efficiente non può più essere diversificato, in via cioè modo di ridurre il rischio del portafoglio senza ridurre i rendimenti attesi. come si fa a individuare tale portafoglio? È ragionevole prendere in considerazione un portafoglio che contiene tutte le possibili azioni e titoli sul mercato, definito **portafoglio di mercato**. Dato che è difficile trovare un portafoglio simile è prassi comune usare il portafoglio S&P 500 come approssimazione del portafoglio di mercato. Si può quindi misurare il rischio sistematico del rendimento di un titolo calcolando la sensibilità del rendimento del titolo al rendimento del portafoglio di mercato, nota come beta ( $\beta$ ) del titolo. Più precisamente:

“ il beta è la variazione percentuale attesa nel rendimento in eccesso di un titolo per una variazione dell'1% del rendimento in eccesso del portafoglio di mercato”

il beta medio di un titolo è circa 1, questo significa che il prezzo del titolo tende a variare di circa l'1% per ogni variazione dell'1% del mercato nel complesso. Le azioni dei settori ciclici, in cui fatturato e margini tendono a variare fortemente durante il ciclo economico, sono tendenzialmente più sensibili ai rischi sistematici e presentano  $\beta > 1$  mentre le azioni di imprese che operano in settori non ciclici tendono ad avere  $\beta < 1$ . I servizi pubblici hanno la tendenza a essere stabili e molto regolati, quindi sono poco sensibili alle fluttuazioni del mercato. le imprese

produttrici di farmaci e generi alimentari sono anche essi e poco sensibili, mentre le azioni di imprese tecnologiche hanno la tendenza ad avere beta molto alti. Nella realtà è quasi impossibile detenere azioni con  $\beta=0$  /  $\beta<0$ , queste azioni se si è inserite in un portafoglio porterebbero ad un'ottima diversificazione.

Il premio per il rischio che gli investitori possono ottenere detenendo il portafoglio di mercato e pari alla differenza tra il rendimento atteso del portafoglio di mercato e il tasso privo di rischio:

$$\text{premio per il rischio di mercato} = E[R_{Mkt}] - r_f$$

Il premio per il rischio di mercato e la ricompensa che spetta agli investitori che detengono in portafoglio con un beta pari a 1, ovvero il portafoglio di mercato. Nel caso in cui un'opportunità di investimento presenti un beta pari a 2, essa ha un rischio sistematico doppio rispetto al portafoglio di mercato. In pratica, per ogni dollaro investito in questa opportunità si potrebbe investire un importo doppio nel portafoglio di mercato esponendosi allo stesso rischio sistematico. Poiché il rischio sistematico è doppio, gli investitori richiederanno un premio per il rischio doppio per investire in un'opportunità con beta pari a 2. Si può utilizzare quindi il beta di un investimento per determinare quanto portafoglio di mercato ha rischio sistematico equivalente. Quindi per compensare gli investitori per il valore temporale del denaro e per il rischio sistematico che sopportano, il costo del capitale  $r_i$  per un investimento con beta  $\beta_1$  dovrebbe soddisfare la formula che segue:

$$\begin{aligned} r_i &= \text{tasso di interesse privo di rischio} + \beta_1 \times \text{premio per il rischio di mercato} \\ &= r_f + \beta_1 \times (E[R_{Mkt}] - r_f) \end{aligned}$$

Questa equazione per la stima del costo del capitale è spesso indicata come **CAPM (Capital Asset Pricing Model)**. Il CAPM è il modello più importante per stimare il costo del capitale utilizzato nella pratica.